

**Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan**

- P1)** Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} ax + (a - 2)y = a - 2 \\ ax + (a^2 - 2a)y + 2z = a \\ 3ax + (a^2 - 4)y + z = 4a - 4 \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2.5 puntos)

- P2)** Calcula los valores de  $t$  para que se cumpla  $|A \cdot B^{-1}| = 1$ , siendo  $A$  y  $B$  las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & t & -t \\ 2t-1 & t-1 & t \\ t-2 & 0 & t-2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} t-1 & t & -t \\ 1-2t & 2t & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(2.5 puntos)

- P3)** Calcula la ecuación continua de la recta que corta perpendicularmente a las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} 2y + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-6}{-1} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-2}{2}$$

(2.5 puntos)

- P4)** Halla un plano que sea tangente a la esfera de radio 3 y centro  $(0, 0, 0)$ , y que corte perpendicularmente a la recta

$$r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+4}{-2}$$

Encuentra el punto de tangencia del plano con la esfera, y calcula la ecuación continua de la recta que pasa por ese punto y corta perpendicularmente a  $r$ .

(2.5 puntos)

P5) Calcula los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3x^3 + 2x^2} - \sqrt{3x^3}}$$

(1.25 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$$

(1.25 puntos)

P6) Se considera la función  $f(x) = \log_2 \left[ \sin \frac{\pi(x+1)}{4} + 2^{\frac{x-5}{2}} \right]$ .

a) Demuestra que la función es continua en el intervalo  $[6, 7]$ .

(1 punto)

b) Demuestra que existe un valor  $\alpha \in (6, 7)$  tal que  $f(\alpha) = 0$ . Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1.5 puntos)

P7) Se considera la función  $f(x) = \sqrt{x + \sin \frac{\pi x}{2}}$ .

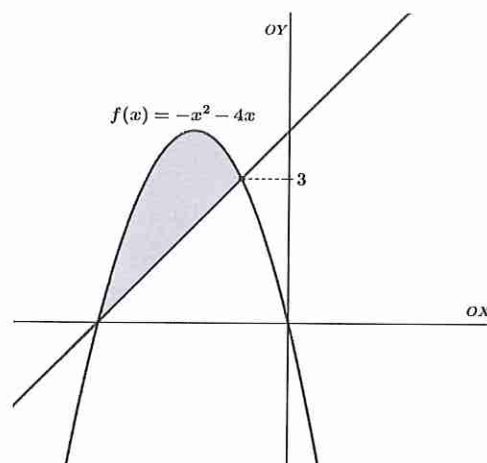
a) Demuestra que la función es continua en el intervalo  $[1, 3]$ .

(0.75 puntos)

b) Demuestra que existen dos valores  $\alpha \in (1, 2)$  y  $\beta \in (2, 3)$  tales que  $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$ . Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso.

(1.75 puntos)

P8) Teniendo en cuenta los datos que aparecen en el siguiente gráfico, calcula el área de la región sombreada.



(2.5 puntos)